FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Fórmulas de Cardano-Vietta

Dos matemáticos del siglo XVI, el italiano Gerolamo Cardano y el francés François Vietta, establecieron las relaciones que existen entre las soluciones de una ecuación polinómica y los coeficientes de dicha ecuación.

Se considera la ecuación polinómica $a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$. Se sabe que como máximo tendrá *n* raíces reales.

Si se denominan las soluciones por $r_1, r_2, \cdots, r_n$, las *n* relaciones que establecieron Cardano y Vietta, se deducen mediante la factorización del polinomio asociado a la ecuación:

$$a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0 = a_n (x - r_n) \cdot (x - r_{n-1}) \cdot \ldots \cdot (x - r_1)$$

Operando los productos e igualando coeficientes se obtiene:

- El producto de las *n* raíces: $r_1 \cdot r_2 \cdot \cdots \cdot r_{n-1} \cdot r_n = (-1)^n \cdot \dfrac{a_0}{a_n}$
- La suma de todos los productos posibles de *n* − 1 raíces:
  $$\underbrace{r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_{n-1}}_{n-1 \text{ raíces}} + \underbrace{r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_{n-2} \cdot r_n}_{n-1 \text{ raíces}} + \ldots + \underbrace{r_2 \cdot \ldots \cdot r_{n-1} \cdot r_n}_{n-1 \text{ raíces}} = (-1)^{n-1} \cdot \frac{a_1}{a_n}$$
  $$\vdots$$
- La suma de todos los productos posibles de *j* raíces:
  $$\underbrace{r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_j}_{j \text{ raíces}} + \underbrace{r_2 \cdot \ldots \cdot r_j \cdot r_{j+1}}_{j \text{ raíces}} + \ldots = (-1)^j \cdot \frac{a_{n-j}}{a_n}$$
  $$\vdots$$
- La suma de las *n* raíces
  $$r_1 + r_2 \cdot \ldots \cdot + r_{n-1} + r_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

1. ¿Cuánto tiene que valer *p* y *q* para que las ecuaciones $x^3 - 6x^2 + px - 3 = 0$ y $x^3 - x^2 + qx + 2 = 0$ tengan dos soluciones iguales?