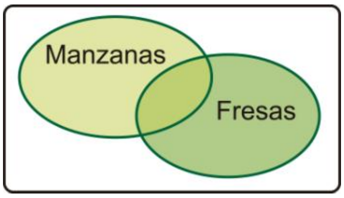
FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Principio de inclusión-exclusión



El pueblo de María y Fernando es famoso por sus manzanas y sus fresas. Cada vez que lo visitan, aprovechan para echar una mano a su tío Roberto, que tiene una frutería en la plaza.

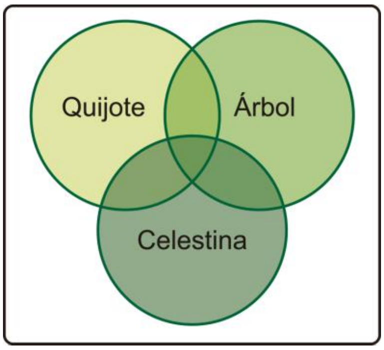
Una mañana de sábado se han acercado a la frutería 100 personas. El 60 % ha comprado fresas, y 70 clientes han comprado manzanas. La cantidad de personas que han adquirido los dos productos ha sido 40.

1. Si elegimos al azar una persona de las que han pasado por el puesto, ¿cuál es la probabilidad de que no haya comprado nada?

Imagina un experimento aleatorio cualquiera, cuyo espacio muestral E tiene n elementos. Dentro de ese espacio, se definen dos sucesos A y B, de n_A y n_B elementos respectivamente.

2. Los sucesos A y B son incompatibles ($A \cap B = \varnothing$). ¿Cuántos elementos tiene la unión $A \cup B$?

3. Los sucesos A y B son compatibles, con $n_{A \cap B}$ elementos en la intersección $A \cap B$. ¿Cuántos elementos tiene en este caso la unión $A \cup B$?



De vuelta en la ciudad, María y Fernando tienen el examen del libro de lectura. Esta vez tenían que escoger al menos uno entre *El Quijote*, *La Celestina* y *El Árbol de la Ciencia*, aunque algunos de sus compañeros no se han leído ninguno, o se han leído dos o incluso los tres libros. De los 50 compañeros de clase,

- 20 compañeros han leído *El Quijote*.
- 21 compañeros han leído *El Árbol de la Ciencia*.
- 17 compañeros han leído *La Celestina*.
- 8 compañeros han leído *El Quijote* y *El Árbol de la Ciencia*.
- 7 compañeros han leído *La Celestina* y *El Árbol de la Ciencia*.
- 5 compañeros han leído *El Quijote* y *La Celestina*.
- Solo dos de los compañeros han leído los tres libros.

4. Escogemos al azar uno de los compañeros de María y Fernando.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya leído alguno de esos tres libros?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya leído ninguno?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya leído *El Quijote* pero ninguno de los otros dos?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya leído *La Celestina* y *El Árbol de la Ciencia*, pero no *El Quijote*?

Imagina un experimento aleatorio cualquiera, cuyo espacio muestral E tiene n elementos. Dentro de ese espacio, se definen tres sucesos A, B y C, de n_A, n_B y n_C elementos respectivamente.

5. Si conocemos los elementos que hay en las intersecciones $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ y $A \cap B \cap C$, ¿cuántos elementos tiene la unión $A \cup B \cup C$?

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Principio de inclusión-exclusión

Las fiestas del pueblo de Beltrán son famosas por su rifa con sorpresa: nadie sabe qué hay de premio hasta que se resuelve el sorteo. En la rifa de este año participan 532 personas, a las que se les ha entregado una papeleta con un número entre el 0 y el 531.

Para hacer el sorteo, se sacará una bola de una urna con 6 bolas numeradas del 0 al 5 un número al azar entre el 0 y el 5, que determinará la cifra de las centenas de la persona agraciada. A continuación, se sacará una bola de una segunda urna con 100 bolas numeradas del 00 al 99 para completar el número elegido. En el caso de que la bola de la primera extracción sea el 5, solo se introducirán en la segunda urna 32 bolas numeradas del 00 a 31 para la segunda extracción.

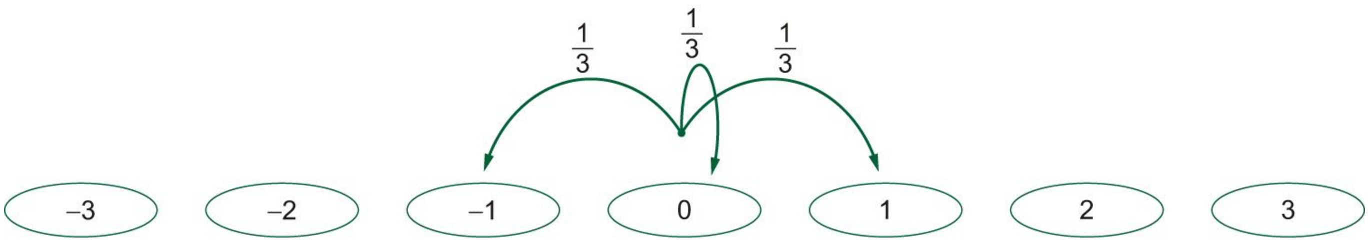
6. ¿Cuál es la probabilidad de que la cifra de las centenas elegida en la primera extracción sea 0? ¿Y de que sea 1? ¿Y de que sea 5?

7. ¿Qué probabilidad tiene de ser premiada una persona que tenga un número inferior a 500? ¿Y una que tenga una papeleta entre el 500 y el 531?

8. ¿Es justo el sorteo?

Beltrán ha salido ganador en la rifa, y el premio que se ha llevado este año es un juego de hojalata en el que una rana puede saltar entre los siete nenúfares de una hilera accionando el mecanismo. Lo curioso del juego es que no se puede predecir cómo actuará su mecanismo: la rana saltará al siguiente nenúfar, se quedará en el que está inicialmente, o retrocederá al nenúfar anterior **aleatoriamente**.

La siguiente figura, que aparece en las instrucciones del juego, muestra los tres movimientos **equiprobables** que puede hacer la rana al accionar el mecanismo. La rana comienza en el nenúfar central, marcado con un 0. Después de accionar el mecanismo, la rana puede estar en el nenúfar -1, en el 0 o en el 1. Por ser equiprobables, cada una de estas tres posibilidades tiene la misma probabilidad de $\frac{1}{3}$.



Beltrán quiere que la rana llegue al extremo de la hilera de nenúfares, así que acciona el mecanismo un total de tres veces. Como en las instrucciones dice que los tres movimientos posibles de la rana en cada salto son equiprobables, Beltrán está convencido de que la probabilidad de llegar al nenúfar del extremo es la misma que la de llegar a cualquier otro nenúfar. Es decir, según Beltrán los siete nenúfares son equiprobables, con una probabilidad de $\frac{1}{7}$.

9. Dibuja un diagrama en árbol donde se reflejen las probabilidades que tiene la rana de estar en cada nenúfar a lo largo de los 3 saltos que ha dado.

10. Justifica si Beltrán tiene razón al pensar que, después de tres saltos, los siete nenúfares son equiprobables.