FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Cronometrando

El trazado de una carretera incluye un largo viaducto de 300 metros que cuenta con cámaras en sus dos extremos. A continuación se recoge el tiempo (en segundos) que han tardado en atravesarlo varios vehículos.

12,3 s	14,5 s	15 s	13,5 s	14 s	13,5 s	13,8 s

1. **Calcula el tiempo medio que han empleado estos vehículos.**

La **velocidad** se define como el espacio recorrido por unidad de tiempo, y se calcula con el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerla.

$$v = \frac{e}{t}$$

En esta unidad se ha definido la media $\bar{x}$ de una variable estadística x como la suma de todos los valores registrados entre el número de valores registrados, y así se ha calculado el tiempo medio en atravesar el viaducto.

Sin embargo, si tenemos en cuenta que la velocidad es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado, y que el espacio recorrido es siempre el mismo (300 m), la velocidad media de los vehículos estudiados podría calcularse como el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo medio en recorrerlo.

$$\bar{v} = \frac{e}{\bar{t}} = \frac{300}{\bar{t}}$$

2. **Calcula la velocidad media de los coches según la expresión anterior.**

3. **Calcula la velocidad para cada uno de los vehículos estudiados y su media. ¿Coincide con el resultado anterior?**

4. **Imagina ahora que solo hay dos tiempos registrados, t_1 y t_2. Calcula algebraicamente (es decir, con variables) las siguientes magnitudes.**

   a) La media de los tiempos, $\bar{t}$.

   b) La velocidad media según el primer método, $\bar{v} = \frac{e}{\bar{t}} = \frac{300}{\bar{t}}$.

   c) Las velocidades correspondientes a esos tiempos, v_1 y v_2.

   d) La media de estas dos velocidades.

   e) ¿Qué condición deben cumplir t_1 y t_2 para que las velocidades medias de los apartados **b)** y **d)** coincidan?

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Cronometrando

En una casa hay cuatro manteles, todos ellos con forma de cuadrado. En total, cubren una superficie de 168 dm².

5. ¿Cuál es el área media de los manteles?

6. Completa la siguiente tabla, en la que se recoge el lado y la extensión de cada mantel.

	Lado (cm)	Superficie (dm^2)
Mantel 1	20 cm	4 dm^2
Mantel 2		36 dm^2
Mantel 3	80 cm	
Mantel 4		64 dm^2
Media		

7. ¿Coincide el cuadrado de la media de los lados con la superficie media? Si no es así, ¿cuál de los dos datos es mayor? ¿En cuánto se diferencian?

8. Calcula la varianza de los lados.

9. ¿Qué relación guardan la varianza, la superficie media y el cuadrado de la media de los lados?

Esta relación no solo se da en este ejemplo, sino que se cumple para cualquier variable estadística: la varianza coincide con la diferencia entre la media de los cuadrados de los valores que toma dicha variable, $\overline{x^2}$, y el cuadrado de la media, $\bar{x}^2$.

$$s^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

Vamos a demostrar este resultado, que nos permite calcular la varianza de otra forma. Supongamos que estamos estudiando un total de *n* datos de la variable estadística *x*. Según lo visto en esta unidad, la varianza es la media aritmética de los cuadrados de las diferencias de cada uno de los datos estudiados con la media,

$$(x_1 - \bar{x})^2,\ (x_2 - \bar{x})^2,\ \ldots,\ (x_n - \bar{x})^2$$

Desarrollamos todos estos cuadrados teniendo en cuenta la expresión notable del cuadrado de una diferencia,

$$\begin{gathered}(x_1 - \bar{x})^2 = x_1^2 - 2x_1\bar{x} + \bar{x}^2 \\ (x_2 - \bar{x})^2 = x_2^2 - 2x_2\bar{x} + \bar{x}^2 \\ \ldots \\ (x_n - \bar{x})^2 = x_n^2 - 2x_n\bar{x} + \bar{x}^2\end{gathered}$$

Hemos dicho antes que la varianza es la media aritmética de las expresiones de la izquierda. Por lo tanto, si dividimos la suma de las partes derechas entre el número total de datos *n* obtendríamos la varianza.

10. Continua el proceso hasta demostrar la relación buscada.

11. a. ¿Existe algún ejemplo de población en el que la media de las superficies de los manteles sea menor que el cuadrado de la media de sus lados?
b. ¿Y algún ejemplo con más de un mantel en el que ambos números coincidan?